

Análise da produção escrita de alunos em uma questão relacionada à Aritmética¹

GISLEINE CORREA BEZERRA*
REGINA LUZIA CORIO DE BURIASCO**

RESUMO

Este artigo apresenta uma análise das produções escritas de alunos paranaenses que participaram da aferição do Pisa/2006 na resolução de uma das questões de Matemática relacionadas à Aritmética, realizada sob a luz da avaliação como prática de investigação e das orientações da Análise de Conteúdo. Mediante a análise das estratégias, dos procedimentos utilizados e da forma como os estudantes lidaram com as técnicas operatórias das operações aritméticas, buscou-se identificar indícios do pensamento aritmético e aspectos da matematização horizontal presentes nos seus registros escritos.

Palavras-chave: Ensino de matemática, Avaliação da aprendizagem, Análise de conteúdo, Aritmética.

¹ Artigo baseado em dissertação (Bezerra, 2010) e parte de um programa de pesquisa, cujo objeto de estudo é a produção escrita de alunos e professores, desenvolvido pelo Gepema – Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação da Universidade Estadual de Londrina.

** Docente da educação básica na rede privada de ensino do Paraná (gisleine_8@yahoo.com.br).

*** Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) (reginaburiasco@gmail.com).

RESUMEN

Este artículo presenta un análisis de las producciones escritas de los estudiantes del Estado de Paraná que participaron de la evaluación del PISA/2006, en la forma de resolver uno de los ítems de Matemática relacionado con la aritmética. El análisis se desarrolló en el marco de la evaluación como práctica de investigación y de las orientaciones del Análisis de Contenido. A través del análisis de las estrategias, de los procedimientos utilizados y de cómo los estudiantes trataron de resolver las técnicas operatorias de las operaciones aritméticas, se buscó identificar algún indicio del pensamiento aritmético y aspectos de la matematización horizontal presentes en los registros escritos.

Palabras clave: Enseñanza de matemática, Evaluación del aprendizaje, Análisis de contenido, Aritmética.

ABSTRACT

This article presents an analysis of the written production by students from the state of Paraná who took part in the PISA/2006 assessment of the resolution related to one of the Mathematics questions involving Arithmetic. This was carried out based on assessment as an investigation practice and on the guidelines for Content Analysis. By examining the strategies and procedures used and how students dealt with the techniques of arithmetic operations, we tried to identify evidence of arithmetical thought and aspects of horizontal mathematization present in their written registers.

Keywords: Mathematics teaching, Learning assessment, Content analysis, Arithmetic.

INTRODUÇÃO

Na educação escolar, a avaliação tomada como prática de investigação busca “produzir informações que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem e auxiliem na tomada de decisões educacionais” (De Lange, 1999, p. 2). Nessa abordagem, a avaliação não tem por finalidade olhar somente para trás, para os resultados obtidos, para aquilo que já foi realizado, mas também e especialmente olhar para frente, para o que ainda está por vir, tentando superar os problemas e fazer emergir novas práticas educativas (Van Den Heuvel-Panhuizen, 1996). Assim, a avaliação deve fornecer informações sobre como os alunos realizaram as tarefas em vez de se dar importância apenas aos resultados; deve enfatizar os procedimentos que foram desenvolvidos para resolvê-las.

A análise do cumprimento das tarefas realizadas pelos alunos permite que se recolham evidências e, a partir delas, estabeleçam-se inferências, as quais podem propiciar aos professores uma reflexão a respeito do processo de aprendizagem dos seus alunos e, dessa forma, ao tentar identificar os progressos e as dificuldades deles, têm a possibilidade de repensar sua prática pedagógica, verificar qual o próximo passo que deve ser dado, de modo a contribuir com a aprendizagem de ambos.

Uma possibilidade de obter informações a respeito da aprendizagem dos alunos é realizar a análise da produção escrita que pode constituir-se em fonte de comunicação entre professor e aluno, permitindo ao professor conhecer detalhadamente os modos de compreensão dos alunos, os caminhos percorridos, as dificuldades apresentadas, as estratégias e os procedimentos utilizados, e ao aluno acompanhar o desenvolvimento da sua aprendizagem.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Por se tratar de um estudo cuja intenção é analisar e discutir os registros escritos de alunos optou-se pela realização de uma pesquisa predominantemente *qualitativa*, sob as orientações presentes na *Análise de Conteúdo* (Bardin, 2004), considerada um conjunto de técnicas que permite a exploração, análise e interpretação de informações contidas num texto, com a intenção de fazer alguma inferência de conhecimentos relativos às condições de produção (ou, eventualmente de recepção), inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos ou não) (Bardin, 2004, p. 26).

O estudo dos registros escritos dos alunos que gerou este artigo foi realizado segundo as três fases da *Análise de Conteúdo* que, segundo Bardin

(2004), são: i) a pré-análise; ii) a exploração do material; iii) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Na primeira, foi realizada uma leitura da resolução da questão contida em cada prova, observando-se os procedimentos desenvolvidos pelos alunos. Em seguida, na segunda fase, foi feito um levantamento dos conteúdos utilizados pelos alunos, das estratégias e os procedimentos por eles desenvolvidos.

Para a correção, foram utilizados os códigos 2, 1, 0 e 9. As resoluções consideradas totalmente corretas – a estratégia elaborada resolvia o problema e era desenvolvida por meio de procedimento correto – receberam *crédito completo* representado pelo Código 2. Também receberam crédito completo a apresentação apenas da resposta correta, pois considerou-se que os estudantes podem ter realizado os cálculos mentalmente ou com o auxílio da calculadora, cujo emprego era permitido na aferição do Pisa/2006. O *crédito parcial*, representado pelo Código 1, foi utilizado para representar as resoluções consideradas parcialmente corretas, ou seja, aquelas nas quais a estratégia utilizada pelo aluno estava correta, porém apresentava algum procedimento desenvolvido incorretamente. As resoluções incorretas, nas quais os alunos empregaram uma estratégia que não resolvia o problema, mesmo que os procedimentos fossem desenvolvidos corretamente, receberam *nenhum crédito* representado pelo Código 0 (zero). Também receberam código 0 os alunos que apenas apresentaram uma resposta diferente da considerada correta. Receberam *nenhum crédito* representado pelo Código 9 as questões em que não havia registro escrito, ou seja, foi deixada “em branco”, não apresentando indícios da tentativa de resolução, ou que continha expressões do tipo “não sei” ou “não deu tempo de resolver”.

Após as correções, o próximo passo foi realizar as descrições das resoluções encontradas, que passaram por um processo de validação pelos pares. A partir do processo de descrição, os registros escritos dos alunos foram agrupados de acordo com o tipo de estratégia utilizada e o procedimento desenvolvido. Esses agrupamentos foram construídos independentemente do crédito atribuído à questão. Finalmente, com base nos agrupamentos realizados, foi feita a análise dos registros escritos dos alunos pertencentes a cada grupo.

Buscando evidenciar a importância de uma avaliação investigativa, a qual pode ser realizada por meio da análise da produção escrita, apresentamos, neste artigo, a análise dos registros escritos dos alunos em uma questão discursiva, considerada não-rotineira, de matemática, classificada como as que envolvem

aspectos da área do conteúdo Quantidade¹. Os efeitos da leitura produzida a partir dos registros escritos dos alunos encontrados na resolução do *Item 1* são apresentados a seguir.

LEITURAS DAS ESTRATÉGIAS E DOS PROCEDIMENTOS DOS REGISTROS ESCRITOS

O *Item 1* apresenta um problema considerado não-rotineiro² que envolve o algoritmo da subtração com reserva. Para resolvê-lo, torna-se necessário que os alunos interpretem a tabela presente no enunciado para extrair dados relevantes e efetuar os cálculos aritméticos. Segundo Butts (1997), esse item pode ser classificado como um *problema de aplicação*, por necessitar primeiro de uma formulação simbólica do problema (tradução da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática), a fim de, em seguida, ser utilizado um procedimento ou algoritmo apropriado.

Dos cento e oito (108) alunos que resolveram esse item, foi observado que:

- trinta (30) elaboraram uma estratégia que resolve o problema e desenvolveram corretamente o procedimento, ou apresentaram apenas uma resposta considerada correta, por isso receberam *crédito completo* (código 2);
- dois (2) apresentaram uma estratégia correta, porém apresentaram alguma incorreção ao desenvolver o procedimento e, por isso, receberam *crédito parcial* (código 1);
- 56 elaboraram uma estratégia que não resolve o problema e receberam *nenhum crédito* (código 0);
- 20 não apresentaram resolução ou resposta, isto é, deixaram esse item em branco e receberam *nenhum crédito* (código 9).

As informações a respeito dos índices de desempenho dos alunos por crédito obtido no *Item 1* estão sintetizadas na tabela a seguir.

² Quantidade: área do conteúdo que tem relação com a Aritmética e envolve: a utilização de números para representar quantidades; atributos quantificáveis dos objetos; relações e operações de aritmética e de estimativas; padrões quantitativos; o sentido e a representação de números; a compreensão do significado das operações (OCDE, 2004).

³ Consideramos questões não-rotineiras as que “muito pouco ou quase nunca aparecem na sala de aula ou no livro didático” (Buriasco, 1999, p. 95).

Tabela 1 – Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos alunos no *Item 1*

Créditos atribuídos									
Crédito completo		Crédito parcial		Nenhum crédito				Total	
Código 2		Código 1		Código 0		Código 9			
F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
30	27,78	2	1,85	56	51,85	20	18,52	108	100

Pelos critérios de correção realizados, constata-se que o índice de acerto (total ou parcial) dos alunos foi de 29,63%, indicativo de que mais da metade deles apresentou uma estratégia que não resolve o problema proposto nesse item.

A estratégia, usualmente trabalhada nas aulas de matemática, necessária para resolver o *Item 1* envolve o uso do algoritmo de uma subtração com reserva. Dos trinta (30) alunos que receberam crédito completo, onze (11) apresentaram apenas a resposta correta e dezenove (19) apontaram uma resolução para o problema proposto. Destes, dezesseis (16) utilizaram o algoritmo da subtração com reserva como estratégia, e os procedimentos foram desenvolvidos corretamente.

Sessenta e nove (69) alunos deram apenas uma resposta, mas não apresentaram uma resolução para o problema proposto nesse item, sendo que quinze (15) forneceram uma resposta considerada correta e cinquenta e quatro (54) uma resposta incorreta.

A seguir, mostramos os agrupamentos feitos de acordo com o tipo de estratégia elaborada e o procedimento desenvolvido, independentemente do crédito atribuído à resolução:

Quadro 1 – Grupos construídos de acordo com a estratégia elaborada e os procedimentos desenvolvidos para resolver o problema proposto no *Item 1*

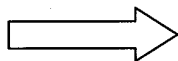
Grupo	Estratégia	Procedimento	Quantidade de alunos
G1	Apenas apresenta uma resposta.	Apresenta uma resposta correta.	15
		Apresenta uma resposta incorreta.	54
G2	Não apresenta resposta.	Não apresenta uma resolução. Não apresenta uma resposta.	20
G3	Efetua uma subtração.	Arma e efetua corretamente a subtração que resolve o problema e apresenta a resposta correta.	09
		Não arma, mas efetua corretamente a subtração que resolve o problema e apresenta a resposta correta.	01
		Arma e efetua corretamente a subtração que resolve o problema. Ao lado, arma e efetua corretamente duas multiplicações. Apresenta a resposta correta.	02
		Escreve duas afirmações relacionadas aos dados contidos na tabela e, utilizando esses dados, efetua corretamente uma subtração que resolve o problema. Apresenta a resposta correta.	01
		Arma corretamente, mas efetua incorretamente a subtração que resolve o problema e apresenta uma resposta incorreta para o problema proposto.	01
		Arma e efetua corretamente uma subtração que não resolve o problema e apresenta uma resposta incorreta para o problema proposto.	02
G4	Uma adição e uma subtração.	Arma e efetua corretamente a subtração que resolve o problema. Ao seu lado, arma e efetua corretamente uma adição que não resolve o problema. Apresenta a resposta correta.	01
G5	Uma subtração e uma multiplicação.	Arma e efetua corretamente uma multiplicação que não resolve o problema. Arma e efetua corretamente a subtração que resolve o problema e apresenta a resposta correta.	01
G6	Efetua duas adições e uma subtração.	Arma e efetua corretamente duas adições que não resolvem o problema. Arma e efetua incorretamente uma subtração que não resolve o problema. Apresenta uma resposta incorreta.	01

O primeiro grupo de estratégias de **G1** é constituído por sessenta e nove (69) produções escritas e está dividido em dois (2) subgrupos. Os alunos pertencentes ao **G1** não apresentaram uma resolução para o problema proposto no *Item 1*, apenas deram uma resposta. Nas quinze (15) produções escritas que formam o *primeiro subgrupo* do **G1**, estão os alunos que, mesmo não apresentando indícios de uma resolução em seus registros escritos, apresentaram uma resposta considerada correta. Esse fato leva a pensar que esses estudantes compreenderam o que estava sendo pedido no enunciado do problema propostos e, a partir da compreensão realizada, elaboraram uma estratégia que resolvia os problemas e efetuaram os cálculos mentalmente ou com o auxílio de uma calculadora. O *segundo subgrupo* do **G1** é formado por cinquenta e quatro (54) produções escritas, nas quais os alunos também não apresentaram indícios de resolução, apenas apresentaram uma resposta incorreta para o problema.

O segundo grupo **G2** é formado por vinte (20) alunos, os quais não apresentaram uma resolução e não apresentaram uma resposta para o problema proposto.

O terceiro grupo de estratégias **G3** é formado por dezesseis (16) produções escritas e, a partir da sua análise, foi possível formar seis (6) subgrupos de procedimentos semelhantes. A estratégia que os estudantes utilizaram para solucionar o problema envolve o uso do algoritmo de uma subtração com reserva. De acordo com a estratégia elaborada, podemos considerar que os nove (9) alunos do *primeiro subgrupo* do **G3** compreenderam o que estava sendo pedido no enunciado, pelo fato de terem retirado todos os dados necessários para elaborar uma estratégia considerada correta e resolver o problema proposto nesse item. Nove alunos desse subgrupo montaram corretamente o algoritmo da subtração considerando a sua organização espacial, isto é, escreveram o subtraendo abaixo do minuendo e realizaram os cálculos corretamente, subtraindo da direita para a esquerda, iniciando na casa da unidade, em seguida da dezena e, finalmente, da centena e apresentaram o resultado obtido como resposta. Para resolver essa subtração, os alunos recorreram ao processo da decomposição, mais conhecido como a técnica do “troca um”, que consiste, por exemplo, em decompor uma centena do minuendo em dez (10) dezenas, uma dezena em dez (10) unidades até que seja possível operar com os números. Nessa subtração com reserva, podemos considerar que eles tenham efetuado as seguintes operações:

$0 - 8 = ?$
$10 - 8 = 2$
$60 - 80 = ?$
$160 - 80 = 80$
$400 - 200 = 200$



$$\begin{array}{r}
 \overset{4}{5}\overset{6}{7}0 \\
 - 288 \\
 \hline
 282
 \end{array}$$

Ao efetuar a operação “ $0 - 8 = ?$ ”, os alunos trocaram uma dezena por dez (10) unidades, adicionando-as ao zero (0) unidade. Assim, eles efetuaram a operação “ $10 - 8$ ”, obtendo 2 unidades. Em seguida, ao efetuar a operação “ $60 - 80 = ?$ ”, eles trocaram uma centena por dez (10) dezenas, adicionando-as às seis (6) dezenas, obtendo 16 dezenas. Dessa forma, eles efetuam a operação “ $160 - 80$ ”, obtendo 8 dezenas. Finalmente, subtraíram quatro (4) centenas de duas (2) centenas e encontraram o resultado da subtração. Por meio da produção escrita desses estudantes, podemos considerar que eles dominam as técnicas operatórias da subtração com reserva.

No *segundo subgrupo* do **G3**, há a produção de E030, o qual desenvolveu uma estratégia envolvendo o uso do algoritmo de uma subtração com reserva. O aluno compreendeu o que estava sendo pedido no enunciado e localizou corretamente os dados necessários para solucionar a operação. Além disso, ele efetuou corretamente a subtração que resolvia o problema e apresentou o resultado dessa subtração como resposta. Nessa produção, o que nos chamou a atenção foi o fato de o aluno não montar o algoritmo da subtração do mesmo modo que os outros alunos fizeram, ele apenas representou essa subtração na forma de uma expressão numérica. Ademais, consideramos que E030 tenha efetuado os cálculos mentalmente ou por meio de uma calculadora, pois não há indícios de que ele tenha resolvido alguma operação. Nessa expressão numérica, o sinal de igualdade utilizado pelo aluno indica uma transformação, ou seja, ele atua como indicador do resultado de uma operação realizada entre os elementos que o antecedem (Sá, 2003).

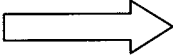
O *terceiro subgrupo* do **G3** é constituído pela produção de E020 e E031, os quais desenvolveram, como estratégia para resolver o problema proposto no enunciado, uma subtração e, por esse motivo, inferimos que eles tenham interpretado corretamente o enunciado e localizado os dados necessários para resolver o problema proposto no *Item 1*. O fato de os alunos, além de terem efetuado duas multiplicações para validar as informações contidas na tabela, terem empregado os resultados obtidos nessas multiplicações como *âncora* para efetuar a subtração e encontrar uma solução para o problema chamou-nos a atenção. Segundo Spinillo (2006), utilizar *âncoras* como ponto de referência para realizar as operações constitui-se em uma ferramenta para o raciocínio matemático durante o processo de resolução. Ao efetuar a operação da subtração com reserva, os alunos montaram corretamente o algoritmo e levaram em consideração a importância da organização espacial do algoritmo, ou seja, escrevem as unidades embaixo das unidades, as dezenas na coluna das dezenas e as centenas na coluna das centenas. Como não há indício de que esses alunos tenham efetuado a operação da subtração com reserva utilizando a técnica do “troca

um”, consideramos que eles efetuaram os cálculos mentalmente ou com o auxílio de uma calculadora.

O *quarto subgrupo* do **G3** é formado apenas pela produção escrita de um aluno que desenvolveu uma estratégia que resolvia o problema proposto no *Item 1*. Inferimos que ele interpretou corretamente o enunciado. Embora o estudante não tenha efetuado nenhuma operação, a partir da análise de seus registros escritos, observamos que ele relacionou corretamente alguns dados contidos no enunciado da tabela com a estratégia desenvolvida e registrou essas relações. Como não há, em seus registros escritos, nenhum indício de que ele tenha efetuado alguma operação, inferimos que, com base nas relações estabelecidas entre os dados do enunciado, ele tenha efetuado alguma operação com o auxílio de uma calculadora, pois apresentou a resposta correta.

O *quinto subgrupo* do **G3** é também formado apenas pela produção de um aluno que interpretou, de maneira apropriada, o enunciado e localizou corretamente os dados necessários para resolver o problema proposto no *Item 1*. É importante salientar que a sua compreensão do enunciado permitiu que ele elaborasse uma estratégia considerada correta, mas, devido a uma possível distração, procedeu incorretamente ao desenvolvê-la. O aluno utilizou o algoritmo da subtração corretamente, usou as técnicas operatórias necessárias para efetuar a subtração com reserva e apresentou o resultado obtido como resposta, o que possibilita inferir que ele domina o algoritmo da subtração com reserva. Por meio de seus registros escritos, podemos considerar que, ao efetuar a subtração que resolve o problema, ele realizou as seguintes operações:

$0 - 8 = 8$
$70 - 80 = ?$
$170 - 80 = 90$
$400 - 200 = 200$



⁴	570
-	288
	298

Ao efetuar a operação “ $0 - 8 = 8$ ”, podemos considerar que ele efetuou a operação “ $8 - 0 = 8$ ” em lugar de “ $0 - 8 = 8$ ”, utilizando a técnica do “troca um”, pois, ao efetuar a operação “ $70 - 80 = ?$ ”, ele percebe que não era possível retirar oito (8) dezenas de sete (7) dezenas e, por isso, trocou uma centena por dez (10) dezenas e adicionou-a às dezenas, obtendo, assim, 17 dezenas. Desse modo, ele pôde efetuar a operação “ $170 - 80$ ”, obtendo 9 dezenas. Finalmente, ele subtraiu quatro (4) centenas de duas (2) centenas, obtendo 2 centenas como resultado da subtração.

As produções escritas de E117 e E135 formam o *sexto subgrupo* do **G3**. Esses alunos utilizaram, como estratégia de resolução, a que envolve o uso do algoritmo de uma subtração, porém não era a subtração que resolvia o problema proposto no *Item 1*. Por meio da produção escrita de E117, podemos considerar que ele compreendeu o que estava sendo pedido no enunciado, pois localizou os dados corretos para efetuar a subtração, porém, ao escrever um dos algarismos do subtraendo, distraiu-se e acabou escrevendo outro algarismo. Ele efetuou corretamente a subtração que não resolvia o problema proposto e apresentou o resultado obtido como resposta. Apesar de não ter solucionado o problema, o aluno procedeu corretamente ao efetuar a subtração escolhida. O estudante E135 interpretou corretamente o enunciado, no entanto, devido possivelmente a uma distração, ele retirou um dos dados contidos na tabela do enunciado equivocadamente. Podemos considerar que ao retirar os dados da tabela, o aluno tenha se confundido e retirou um dado que estava localizado na linha acima da qual ele realmente deveria ter retirado. Dessa forma, E135 procedeu corretamente ao efetuar uma subtração que não resolvia o problema e apresentou o resultado obtido como resposta. Os registros escritos desse aluno dão-nos alguns indícios de que ele domina as técnicas operatórias da subtração com reserva. Podemos considerar que, ao efetuar a subtração que não resolve o problema, E135 realizou as seguintes operações:

$0 - 8 = ?$
$10 - 8 = 2$
$70 - 80 = ?$
$170 - 80 = 90$
$300 - 200 = 100$

→

317	480
	$- 288$
	<hr style="width: 100%;"/>
	192

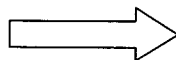
Por meio de seus registros escritos, podemos considerar que, ao efetuar a operação “ $0 - 8 = ?$ ”, o estudante trocou uma dezena por dez (10) unidades e adicionou-as ao zero (0) unidade. Dessa forma, pôde efetuar a operação “ $10 - 8$ ”, obtendo 2 unidades. Em seguida, ao efetuar a operação “ $70 - 80 = ?$ ”, ele trocou uma centena por dez (10) dezenas e adicionou-as às sete (7) dezenas, obtendo, assim, 17 dezenas. Dessa forma, ele efetuou a operação “ $170 - 80$ ”, obtendo 9 dezenas. Finalmente, subtraiu duas (2) centenas de três (3) centenas, obtendo uma centena como resultado da subtração.

O grupo **G4** é formado somente pela produção de E024, o qual desenvolveu uma estratégia diferente dos demais alunos. O estudante efetuou uma subtração e uma adição para resolver o problema proposto no *Item 1*. Inferimos que ele compreendeu o enunciado, uma vez que localizou os dados necessários para resolver o problema proposto nesse item, montou corretamente o algoritmo da subtração utilizando o algoritmo “tipo escolar”, indicou o sinal da operação realizada e utilizou corretamente as técnicas operatórias da subtração com reserva. Assim como os alunos do primeiro subgrupo do **G3**, E024 resolveu as mesmas operações ao efetuar a subtração. Por meio de seus registros escritos, consideramos que ele apenas efetuou uma adição para “validar” as informações contidas na tabela do enunciado, pois não utiliza, como *âncora*, o resultado dessa adição para resolver a subtração.

A produção escrita de E019 forma o quinto grupo de estratégias (**G5**). Para resolver o problema proposto no *Item 1*, E019 efetuou uma multiplicação e uma subtração. De acordo com a estratégia elaborada, podemos considerar que ele compreendeu o que estava sendo pedido no enunciado, pois soube localizar os dados necessários para solucioná-la. Ele armou e efetuou corretamente a operação da multiplicação, mas não utilizou o resultado obtido nesse algoritmo como *âncora* para resolver a subtração. Ele efetuou corretamente a subtração escolhida e apresentou o resultado alcançado como resposta. Ao efetuar a subtração e a multiplicação, ele montou o algoritmo considerado como o “tipo escolar” obedecendo à sua organização espacial, indicou o sinal da operação efetuada e utilizou corretamente as técnicas operatórias da subtração com reserva, o que nos leva a crer que ele domina o algoritmo da subtração.

No *sexto grupo* de estratégias (**G6**), situa-se apenas a produção de E091. De acordo com a estratégia adotada, podemos considerar que ele não compreendeu o enunciado, pois elaborou uma estratégia que resolvia um problema diferente do proposto no *Item 1*. Esse estudante efetuou duas adições e utilizou os seus resultados como *âncora* para resolver a subtração. Ao resolvê-la, ele montou corretamente o algoritmo obedecendo à sua organização espacial, indicou o sinal da operação efetuada e utilizou corretamente as técnicas operatórias da subtração com reserva. Embora mostre dominar o algoritmo da subtração com reserva, ao efetuá-la realizou as trocas necessárias para poder operar com os números, porém tomou o 1 da dezena e depois, ao ficar 0 dezenas, tomou-o como 9, como se faz ao “emprestar 1 do 10”. Assim, consideramos que, ao resolver a operação da subtração, o aluno tenha efetuado as seguintes operações:

$0 - 4 = ?$
$10 - 4 = 6$
$0 - 60 = ?$
$100 - 60 = 40$
$600 - 800 = ?$
$1600 - 800 = 800$



$$\begin{array}{r}
 0\ 6\ 0 \\
 17\ 10 \\
 - 864 \\
 \hline
 836
 \end{array}$$

Ao efetuar a operação “ $0 - 4 = ?$ ”, o aluno trocou uma dezena por dez (10) unidades e adicionou-as ao zero (0) unidade, obtendo, assim, dez (10) unidades. Dessa forma, ele efetuou a operação “ $10 - 4$ ”, alcançando seis (6) unidades. Em seguida, ao efetuar a operação “ $0 - 60 = ?$ ”, ele trocou uma centena por dez (10) dezenas e adicionou-as ao zero (0) dezena, conseguindo, destarte, 10 dezenas, mas assumiu-as como se fossem 90, pois ele já havia “passado 10” para as unidades. Dessa forma, ele pôde efetuar a operação “ $90 - 60$ ”, obtendo três (3) dezenas. Depois, ao efetuar a operação “ $600 - 800$ ”, o aluno trocou uma unidade de milhar por dez (10) centenas e adicionou-as às seis (6) centenas, obtendo 16 centenas. Finalmente, subtraiu oito (8) centenas de dezesseis (16) centenas, obtendo o resultado da subtração.

Para efetuar a operação da subtração, os alunos E017, E020, E035, E040, E043, E088, E097, E108, E117, E135, E138, E157 e E187 utilizaram o algoritmo considerado como o “tipo escolar”, no qual armaram corretamente o algoritmo, considerando a importância da sua organização espacial.

Apenas os estudantes E030 e E162 não utilizaram o algoritmo da subtração considerado como o “tipo escolar, pois, para efetuar essa operação, eles escreveram-na corretamente na forma de uma expressão numérica, tal como é mostrado a seguir:

$570 - 288 = 282$

Com base na leitura dos registros escritos dos alunos, podemos considerar que, embora alguns deles tenham se equivocado ao efetuar a operação da subtração, em razão de uma distração, eles dominam o algoritmo da subtração com reserva e parecem dominar as técnicas operatórias desse algoritmo, pois a utilizaram corretamente ao efetuar essa operação.

Considerando os objetivos que nortearam o desenvolvimento deste estudo, apresentamos uma breve discussão das produções escritas analisadas à luz do referencial teórico adotado.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A compreensão do enunciado, segundo alguns autores (Brito, 1999; Polya, 1978), caracteriza a primeira fase do processo de resolução de um problema e funciona como um veículo para elaborar uma estratégia apropriada para a sua resolução. Os alunos, na maior parte das vezes, encontram dificuldades para solucionar um problema, não porque não sabem qual operação aritmética devem efetuar, mas porque mostram ter dificuldade em compreender o enunciado, de modo que eles não contam com o seu auxílio na elaboração de uma estratégia adequada.

Por meio das análises realizadas, observamos que grande parte dos alunos que apresentou uma resolução para o problema proposto no *Item 1* parece ter interpretado corretamente o enunciado, pois selecionou todos os dados necessários para resolvê-lo e utilizou uma estratégia que o solucionava. Em apenas duas (2) produções, os estudantes não selecionaram os dados corretos para elaborar uma estratégia que resolvia o problema e, desse modo, mostraram não ter compreendido o que estava sendo pedido no enunciado.

O contexto, envolvido no enunciado dos problemas propostos, foi um aspecto relevante para investigarmos o modo como os alunos os resolveram, uma vez que, de acordo com Shannon (2007), os contextos podem funcionar como uma dimensão importante para avaliar possíveis entraves para a compreensão matemática dos alunos.

Na perspectiva da Educação Matemática Realística, a utilização de problemas que apresentam um contexto, o qual, por sua vez, traga consigo elementos relacionados ao mundo real, contribui para o desenvolvimento do processo de aprendizagem dos estudantes. O contexto, como parte relevante e essencial do enunciado de um problema, de acordo com De Lange (1995), contribui para o desempenho deles, pois, ao motivá-los a resolver o problema, ajuda-os na sua interpretação. O interesse, gerado por essa motivação, auxilia e potencializa a interpretação do problema, levando-os, por exemplo, a selecionar uma estratégia de resolução adequada.

A partir da análise dos registros escritos, percebemos que o contexto envolvido no enunciado do problema, supostamente, tornou-o mais interessante para que o aluno tentasse resolvê-lo. Isso fica evidente quando voltamos nosso olhar para os problemas que apresentavam um contexto familiar para os estudantes, como é o

caso do problema proposto no *Item 1*. O seu enunciado apresentava um contexto considerado conhecido pelos alunos, pois as informações nele contidas estão relacionadas com as atividades que os alunos realizam no dia a dia.

Foi possível identificar, nos registros escritos dos alunos, indícios de um processo de matematização horizontal, que apresenta como principal característica, segundo Freudenthal (1991), a tradução de um problema situado na realidade para um problema matemático, utilizando, nesse caso, os algoritmos apropriados. Em geral, esses estudantes mostraram saber lidar com questões não-rotineiras de matemática, porque procederam corretamente para desenvolver as estratégias elaboradas a partir da compreensão que cada um realizou do enunciado do problema e porque utilizaram corretamente as técnicas operatórias ao efetuar as operações aritméticas.

Com base na análise dos registros escritos dos alunos, foi possível identificar indícios do pensamento aritmético, caracterizado como a capacidade do aluno de compreender os números e suas relações, dominar as regras e as técnicas operatórias das operações aritméticas e compreender o significado das operações aritméticas e o modo como elas se relacionam entre si. A necessidade de se identificar a presença desse tipo de pensamento nos registros escritos deve-se ao fato de muitos deles terem utilizado números para representar quantidades; mostrado domínio das técnicas operatórias das operações aritméticas; empregado os algoritmos usuais e as técnicas de cálculo das operações e das expressões.

Por meio da análise da produção escrita dos alunos, o professor pode obter informações, na maioria das vezes, necessárias para uma regulação do processo de ensino e aprendizagem. Esperamos que este artigo sirva para instigar o leitor a realizar algumas reflexões sobre isso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. 3.ed. Lisboa: Edições 70, 2004.
- BEZERRA, G. C. *Registros escritos de alunos em questões não-rotineiras da área de conteúdo quantidade: um estudo*. 2010. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- BRITO, M. R. F. Esse problema é difícil porque não é de escola!: a compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais com crianças da escola fundamental. In: REUNIÃO ANUAL DE PSICOLOGIA, 29., 1999, Campinas. *Anais...* Campinas: Unicamp, 1999.
- BURIASCO, R. L. C. de. *Avaliação em matemática: um estudo das respostas de alunos e professores*. 1999. 232f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.
- BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. *A Resolução de problemas na matemática escolar*.

São Paulo: Atual, 1997. p.32-48.

DE LANGE, J. Assessment: no change without problems. In: ROMBERG, T. (Ed.) *Reform in school mathematics and authentic assessment*. Albany: Suny Press, 1995. p.87-172. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/1131.pdf>>. Acesso em: 9 fev. 2009.

_____. *Framework for classroom assessment in mathematics*. Madisons: WCER, 1999. Disponível em: <<http://www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6279.pdf>>. Acesso em: 12 jan. 2009.

FREUDENTHAL, H. *Revisiting mathematics education*. Netherlands: Kluwer Academic, 1991.

ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONOMICO. *Estrutura de avaliação PISA 2003: conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas*. São Paulo: Moderna, 2004.

POLYA, G. *A Arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SÁ, P. F. *Os Problemas envolvendo as 4 operações e a unidade do pensamento linear*. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal.

SHANNON, A. Task context and assessment. In: SCHOENFELD, A. H. (Ed.). *Assessing mathematical proficiency*. Berkeley: University of California, 2007. p.177-191.

SPINILLO, A. G. O Sentido do número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Soluções de problema e matemática escolar*. Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University, 1996.

Recebido em: dezembro 2010

Aprovado para publicação em: junho 2011